



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 N° 21 AGOSTO DE 2009

“MATERIAL DIDÁCTICO PARA EL ESTUDIO DE LAS CÓNICAS. (I)”

AUTORÍA LÓPEZ FERNÁNDEZ, ENCARNACIÓN
TEMÁTICA GEOMETRÍA, TIC
ETAPA ESO, BACHILLERATO.

Resumen

Se pretende en este artículo describir el funcionamiento de diverso material didáctico presente en la web para que nuestro alumnado trabaje con los conceptos que aparecen en el estudio de las cónicas. Como el material disponible es muy variado y de diversa calidad en este artículo sólo nos vamos a centrar en describir dos sitios web que se caracterizan por su gran calidad además del amplio abanico de edades que entre los dos se van poder cubrir.

Palabras clave

Geometría, cónicas, lugar geométrico, trazado, dibujo técnico, didáctica, TIC.

1. INTRODUCCIÓN.

La irrupción masiva de las nuevas tecnologías en nuestras aulas está generando una serie de “conflictos” a todos los niveles. No me refiero a conflicto como portador de violencia, sino a conflicto como situación que impone el cambio aunque el individuo no lo desee.

Nuestra sociedad está realizando un esfuerzo importante en llevar las nuevas tecnologías a las aulas, aunque podamos discutir si se está haciendo en la forma más adecuada es un hecho incontestable.

Muchos de nosotros nos encontramos ante una nueva situación para la que, en la mayoría de los casos no estamos preparados. Adaptarnos a esta nueva situación supone un esfuerzo considerable, que la mayoría de los casos tenemos que realizar con un apoyo “deficiente” por parte de la administración.

En este panorama tan oscuro que estoy describiendo siempre reluce el trabajo de algunos compañeros que nos ofrecen su tiempo y dedicación a través de materiales de altísima calidad que podemos utilizar en nuestras aulas con poca o ninguna modificación.

No todo son inconvenientes y desventajas. La integración de las nuevas tecnologías en el proceso de enseñanza-aprendizaje supone una oportunidad para recuperar y darle el protagonismo que se merece



ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 21 AGOSTO DE 2009

al área de la Matemática tan olvidadas en nuestras aulas como lo está la Geometría. La investigación, la simulación y la modelización son otras oportunidades didácticas que podemos aprovechar en nuestras aulas pero eso será el tema de otro artículo.

En este artículo voy a realizar una descripción de dos materiales para el estudio de las cónicas.

El estudio de las cónicas se remonta muy atrás en el tiempo y su importancia se puede constatar en las múltiples aplicaciones que de ellas se han hecho a lo largo del tiempo y que se hacen en la actualidad. A pesar de eso las cónicas en particular y los lugares geométricos se trabajan de forma tangencial en toda la secundaria. En este artículo se analizan dos materiales didácticos de gran calidad para trabajar las cónicas en la toda la Educación Secundaria, tanto en su periodo obligatorio como en el no obligatorio.

Uno de los problemas con los que se encuentra el profesorado de matemáticas a la hora de explicar temas de carácter gráfico como el que nos ocupa, es la dificultad de dibujar en dos o tres dimensiones los gráficos en el encerado. Si esto supone un inconveniente para el profesor o la profesora, imaginemos el esfuerzo que ha de hacer nuestro alumnado para comprender lo que se le está explicando y para producir mensajes en este lenguaje, por este motivo el uso de programas de geometría dinámica está suponiendo una revolución en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Geometría. A pesar de esto el dominio necesario de este software para su uso en clase hace que la existencia de herramientas diseñadas para que el trabajo de estos contenidos no sea más organizado y suponga menos problemas técnicos.

2. CÓNICAS Y GEOGEBRA.

Muchos de nosotros ya sabemos que GeoGebra es un software de matemáticas desarrollado por Markus Hohenwarter de la Universidad de Salzburgo que engloba geometría, álgebra y cálculo. Por un lado, es un sistema de geometría dinámica que permite realizar construcciones tanto con puntos, vectores, segmentos, rectas, secciones cónicas como con funciones que a posteriori pueden modificarse dinámicamente. Este es el aspecto que trabaja el material que voy a describir posteriormente.

Por otra parte, se pueden introducir ecuaciones y coordenadas directamente, permite hallar derivadas e integrales de funciones y ofrece un repertorio de comandos propios del análisis matemático. La interfaz del programa consta de dos ventanas, una algebraica y otra geométrica. Una expresión en la ventana algebraica se corresponde con un objeto en la ventana geométrica y viceversa.

2.1. Descripción del material.

El material que vamos a describir en este artículo está creado por Manuel Sada Allo y forma parte de una extensa colección de interactividades, todas realizadas con Geogebra, que merece la pena tener en cuenta para nuestro trabajo en el aula.

Al citado recurso se accede a través de la dirección:

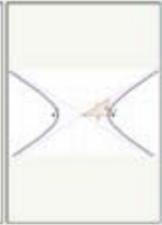
<http://recursos.pnte.cfnavarra.es/~msadaall/geogebra/conicas.htm>

Una vez dentro se nos ofrece un paquete de figuras interactivas que permiten visualizar cónicas -de cualquiera de los cuatro tipos y modificar los correspondientes elementos para observar los cambios con comodidad.

La variedad de las construcciones existentes y la complejidad de los contenidos trabajados en alguna de ellas hacen que su estudio se suela realizar en 1º de Bachillerato (las circunferencias también en 4º de E.S.O.), aunque pudiera alguna de ellas trabajarse de forma puntual en niveles inferiores.

Entramos en cada uno de estos bloques mediante el desplazamiento de una de las plantillas de Burmester, sobre la cual se sitúan nueve botones que albergan los siguientes capítulos:

Estudio de las cónicas

	<p>Circunferencia: Construcción Ecuación Ecuación general</p>		<p>Hipérbola: Construcción Ecuación Ecuación-2 Ecuación-3 Excentricidad</p> <p>Otras construcciones: La hipérbola como envolvente</p>
	<p>Elipse: Construcción (por el método del jardinero) Ecuación Ecuación-2 Excentricidad Propiedad</p> <p>Otras construcciones: La elipse como envolvente (1) La elipse como envolvente (2) A partir de dos circunferencias La elipse como hipotrocoide El compás de Arquímedes Otra más</p>		<p>Parábola: Construcción Ecuación Foco de parabólica Tiro parabólico</p> <p>Otras construcciones: La parábola como envolvente Otra más</p>



[Volver al menú](#)

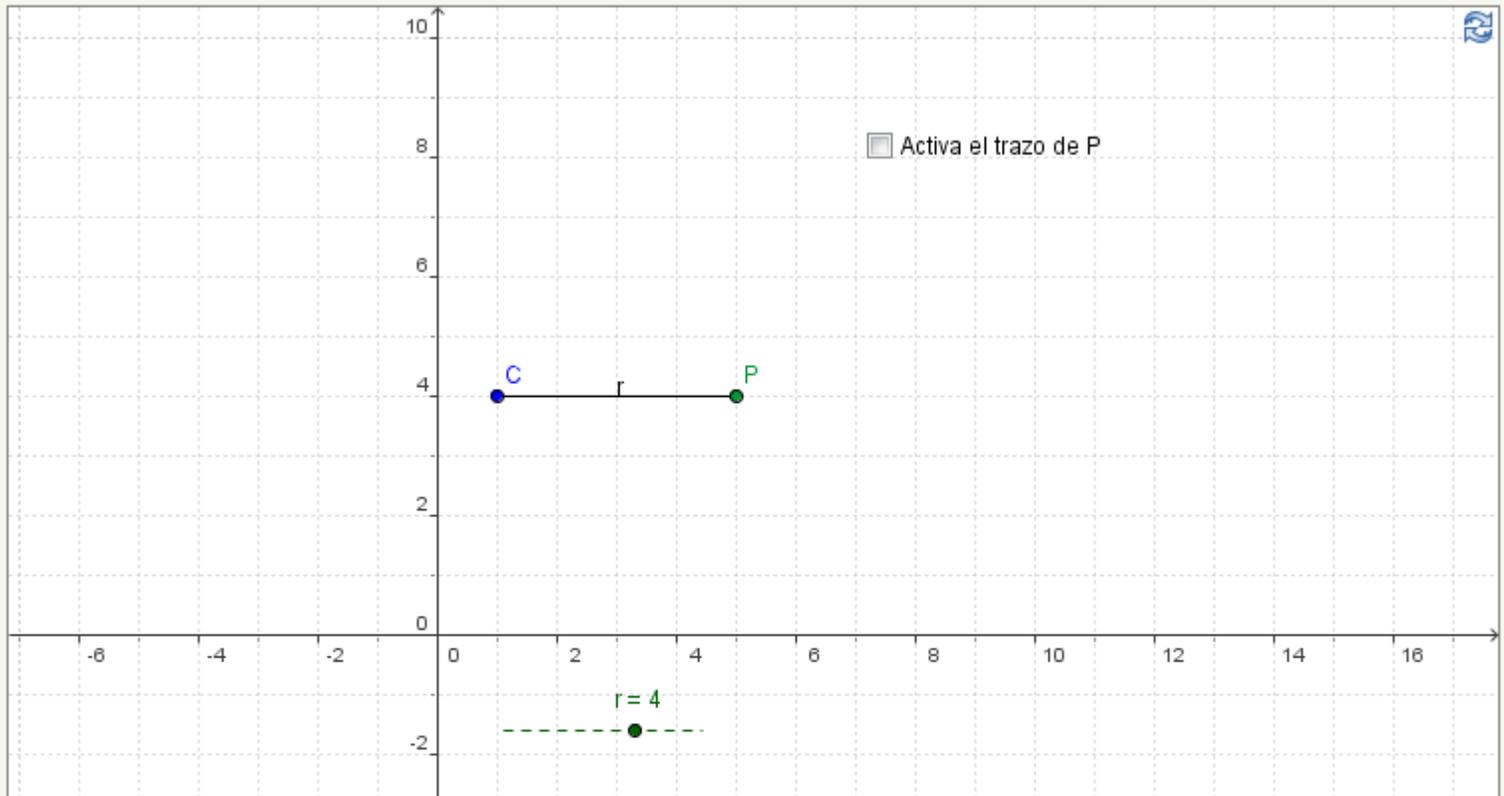
Manuel Sada (Abril 2005 - Diciembre 2008)

Todas las páginas, junto con la interactividad, llevan unas preguntas que nos hacen meditar sobre los diversos contenidos en juego.

En el grupo de actividades dedicadas a la **circunferencia** la primera de ellas es la más intuitiva. Dedicada solamente a la definición geométrica de circunferencia, nuestro alumnado podrá dibujar circunferencias de distinto radio así como reflexionar sobre las propiedades métricas de esta sección cónica. Por su sencillez es adaptable a alumnos con un nivel curricular inferior al expuesto con anterioridad

Las otras dos construcciones inciden en el significado de los parámetros de las ecuaciones de la circunferencia a través de la observación de los cambios que se producen al variar los mismos.

Construcción de la circunferencia



Desliza el punto P y observa.

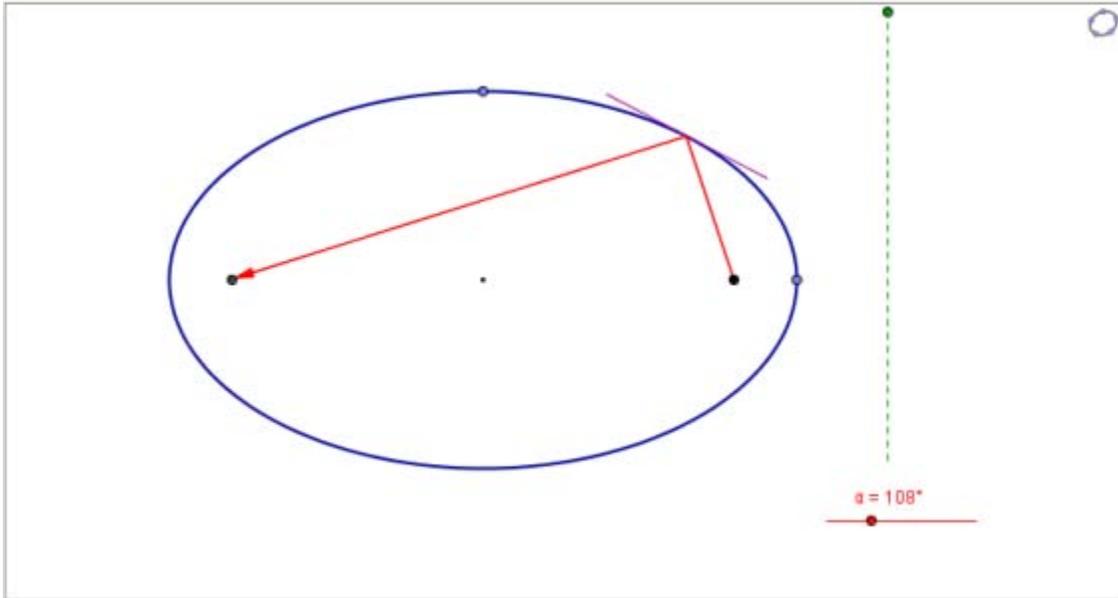
- ¿Qué propiedad cumplen todos los puntos por los que pasa P?
- ¿Qué tipo de curva describirá P en su movimiento? Compruébalo: activa el trazo de P y vuelve a moverlo.
- ¿Cuáles son las coordenadas del punto C? ¿Y la medida de r ?
- ¿Qué cumplirán las coordenadas (x,y) del punto P?

Creado con [GeoGebra](#) por [Manuel Sada](#) (Abril 2005)

De entre las páginas dedicadas a la elipse me parecen de especial interés didáctico las tituladas:

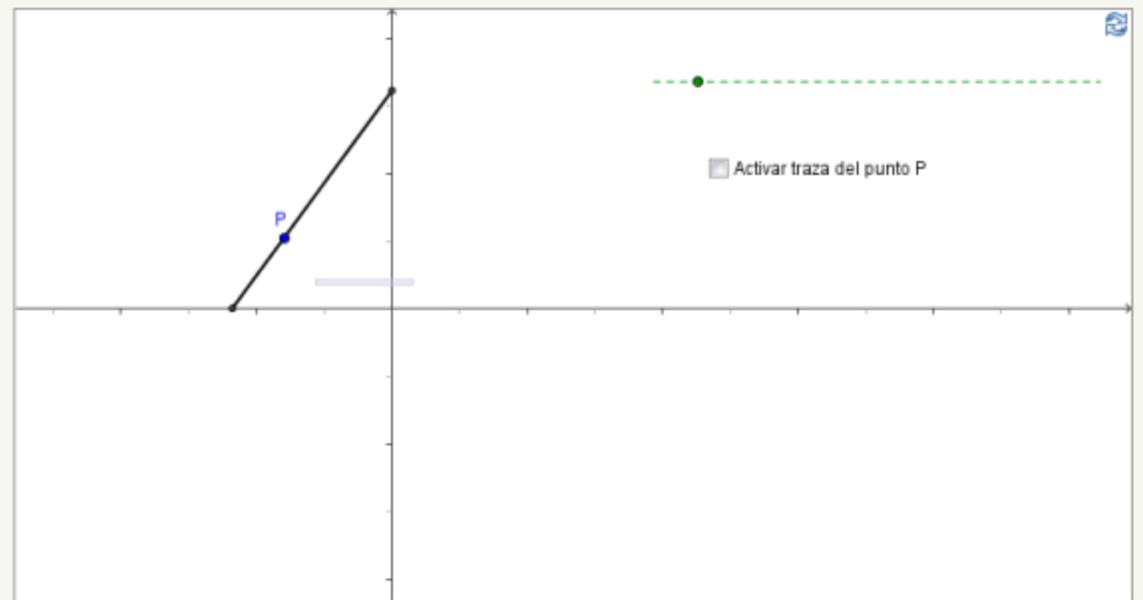
- Construcción por el método del jardinero. Conocida construcción de la elipse en la que se trabaja con las propiedades métricas de la misma.
- Propiedad. Se descubre en esta construcción invariabilidad de la propiedad óptica de los focos de la elipse.

Propiedad de la elipse:



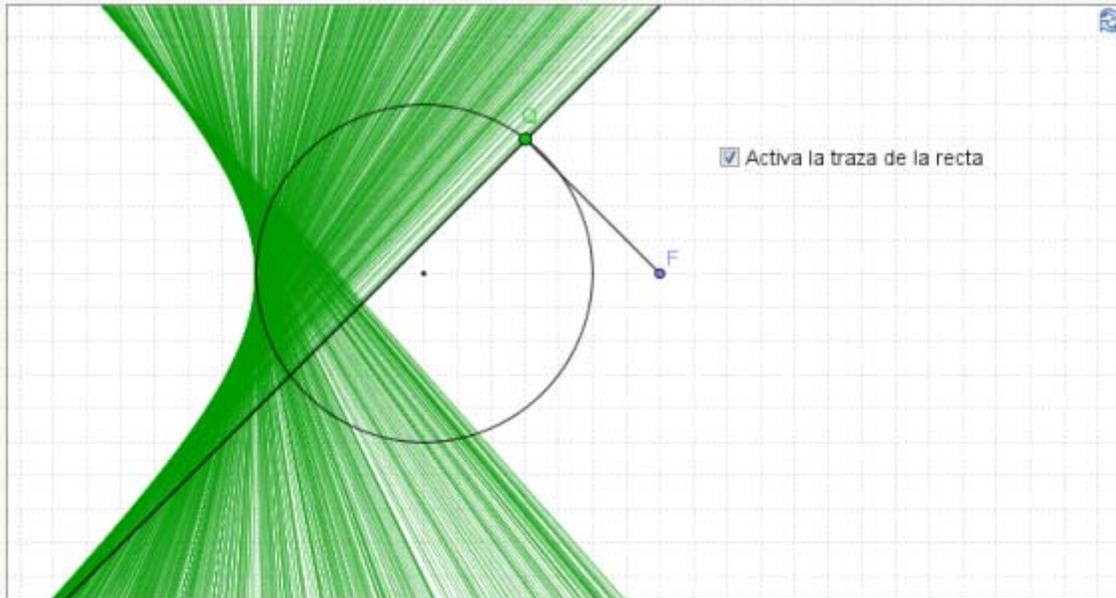
- El compás de Arquímedes. Curiosa construcción de la elipse como curva mecánica a partir de un segmento de longitud fija cuyos extremos se deslizan sobre dos ejes perpendiculares.

La elipse mediante el compás de Arquímedes



Más apropiadas para niveles superiores son las construcciones de la hipérbola. De especial belleza es la construcción de la hipérbola como envolvente.

La hipérbola como envolvente



Desliza el punto Q y observa los cambios.

Activa el trazo de la recta y vuelve a deslizar Q

- Aparece una hipérbola como la envolvente ¿de qué familia de rectas?

Tras pulsar sobre  para volver a la figura inicial, modifica la posición de F y repite lo anterior.

- ¿De qué modo influye la posición relativa de F en la forma de la cónica generada?

Creado con [GeoGebra](#) por Manuel Sada Allo (Diciembre 2008)

La construcción donde se trabaja con la propiedad focal de la parábola es de especial utilidad si se pretende trabajar las aplicaciones de las cónicas en telecomunicaciones, óptica o en la construcción de heliostátos. Pudiendo de esta forma trabajar contenidos interdisciplinarios y / o transversales .

Foco de una parábola: donde convergen los rayos reflejados

Desliza el punto verde hacia la derecha y observa:

- Describe lo que ves.
- ¿Encuentra alguna relación con el funcionamiento de las antenas parabólicas? ¿Conoces algún otro ejemplo práctico donde se aproveche esta propiedad de la parábola?

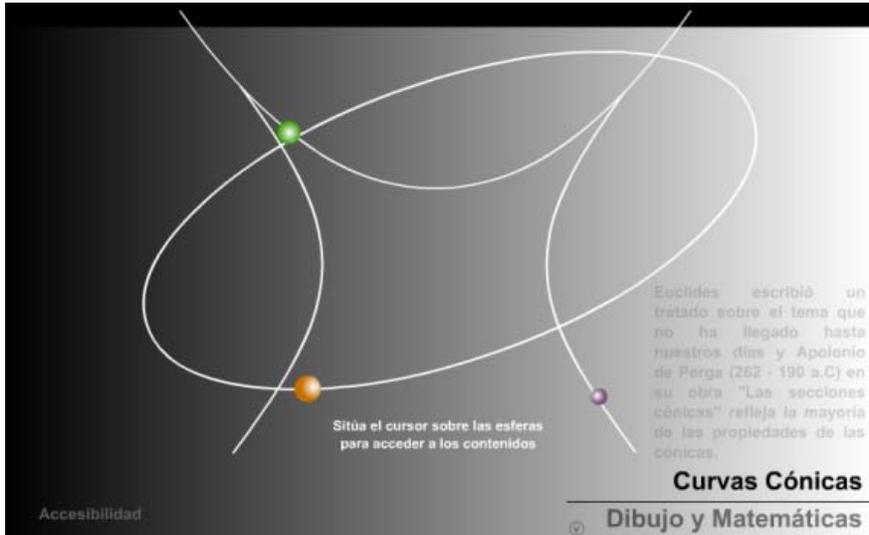
Creado con [GeoGebra](#) por [Manuel Sada](#) (Abril 2005)

3. CURVAS CÓNICAS PARA DIBUJO Y MATEMÁTICAS.

Esta es una aplicación web para el estudio de las curvas cónicas en materias como Dibujo Técnico y Matemáticas, desarrollada por José Antonio Cuadrado Vicente. Está construida íntegramente en Flash y el alumnado puede experimentar con los contenidos y realizar pruebas de autoevaluación interactivas de gran interés educativo. Testigo de su calidad es que fue galardonada con el 2º premio en el concurso Materiales Curriculares 2006 convocado por el CENICE.

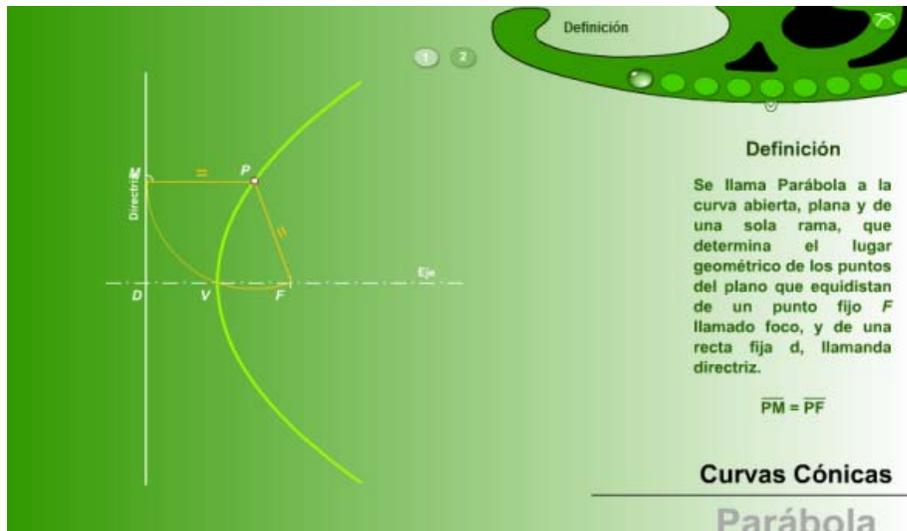
3.1. Descripción de la interface.

Al entrar en la aplicación, aparece en la parte inferior derecha una breve historia del estudio de las Curvas Cónicas y en la parte central tres botones móviles que se desplazan cada uno sobre una de las cónicas, facilitando de esta forma el acceso a los contenidos organizados en tres bloques: elipse, parábola e hipérbola.

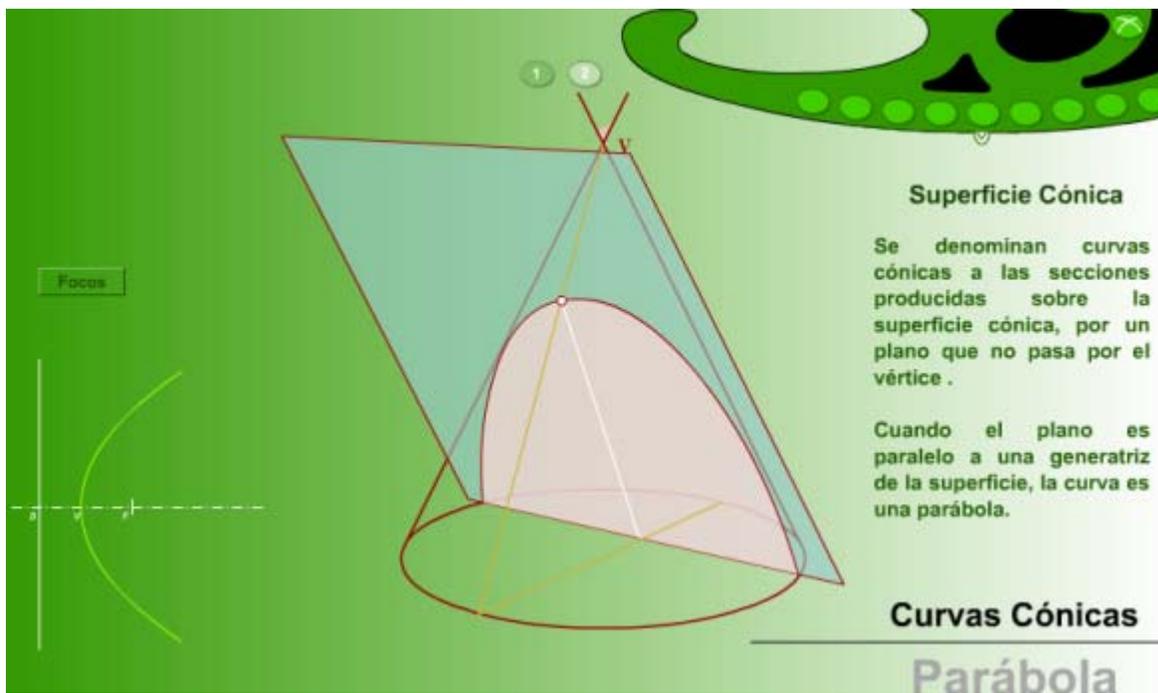


Entramos en cada uno de estos bloques mediante el desplazamiento de una de las plantillas de Burmester, sobre la cual se sitúan nueve botones que albergan los siguientes capítulos:

- Definición,.
- Parámetros.
- Trazado.
- Estudio analítico.
- Circunferencias.
- Tangentes.
- Intersecciones.
- Ejemplos reales.
- Evaluación.



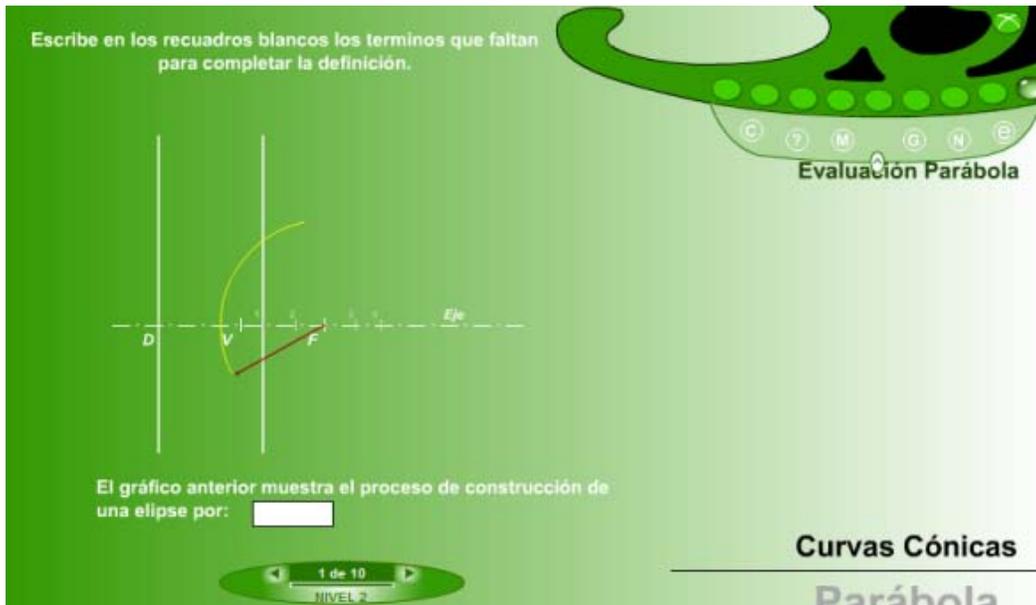
Cada capítulo a su vez puede contener varias páginas, a las que se accede desde los botones numerados situados en la parte izquierda del gráfico, como se puede observar en la figura anterior. Antes de seleccionar uno de los capítulos, podemos ver una animación que nos muestra en 3D como se obtiene la curva al ser seccionada la superficie cónica por un plano. Dicha animación, al igual que gran parte de las siguientes, dispone de un nodo móvil que se activa al acercarnos con el ratón y que regenera de forma interactiva todos los gráficos. Pudiendo apreciarse la relación entre la forma de la sección cónica y la gráfica correspondiente.



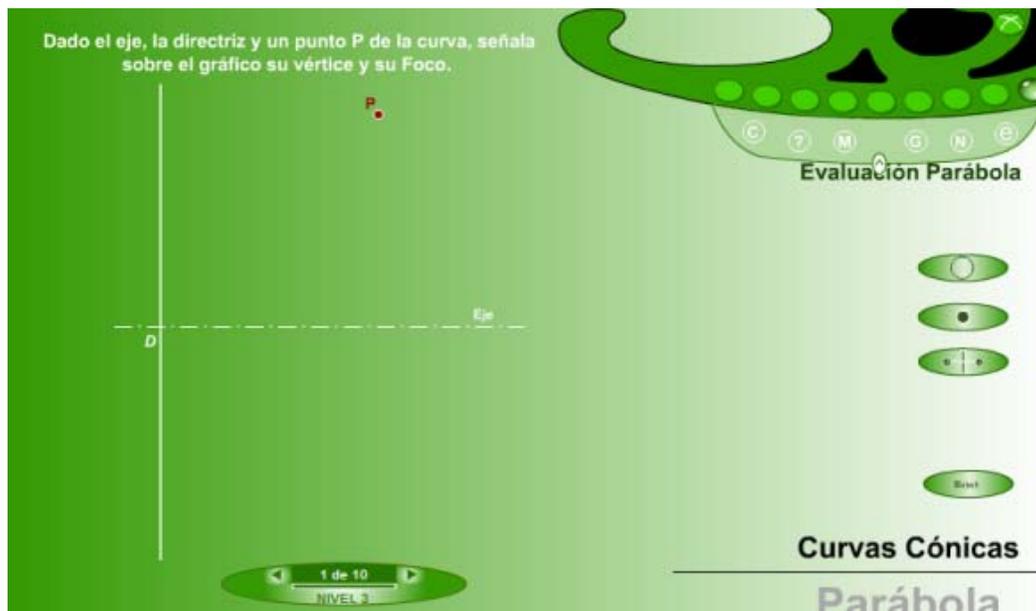
En cada uno de los nueve capítulos aparecen diversas interactividades que permiten conocer con distinto grado de profundidad todos los conceptos relacionados con las cónicas tanto desde un punto de vista más intuitivo como desde un punto de vista más analítico.

Cabe resaltar el último capítulo, dedicado a evaluación, que con tres niveles de dificultad puede adaptarse a alumnado con distintos niveles competenciales. Una breve descripción de los niveles es la siguiente:

- Nivel 1: es un nivel básico, donde tendremos que identificar elementos y parámetros de las curvas y escribir sus nombres en espacios dedicados a tal fin.
- Nivel 2 o nivel medio, en el que hay que completar definiciones y hacer construcciones y cálculos sencillos, utilizando herramientas simples.



- Nivel 3 o avanzado tenemos que hacer trazados con herramientas interactivas que nos permiten hacer dibujos como si estuviésemos trabajando con medios tradicionales y la aplicación se encarga de corregir. Es uno de los potenciales de esta aplicación ya que exige al alumno un alto control de los contenidos expuestos y permite realizar ejercicios (del mismo nivel que los propuestos en el aula) dentro de la misma aplicación. Para ellos se ofrecen diferentes herramientas para cada ejercicio, obligando a deducir procesos y a aplicar ciertas características de las cónicas para su resolución.





ISSN 1988-6047 DEP. LEGAL: GR 2922/2007 Nº 21 AGOSTO DE 2009

Para terminar con esta herramienta hacer resaltar su carácter multinivel pudiendo ser utilizada, aunque de forma guiada, en varios cursos.

Se puede acceder a esta herramienta en la dirección:

http://www.isftic.mepsyd.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2006/curva_conicas/index.html

Autoría

- Nombre y Apellidos: Encarnación López Fernández
- Centro, localidad, provincia: IES Reyes Católicos, Vélez-Málaga, Málaga.
- E-mail: encarni18@gmail.com